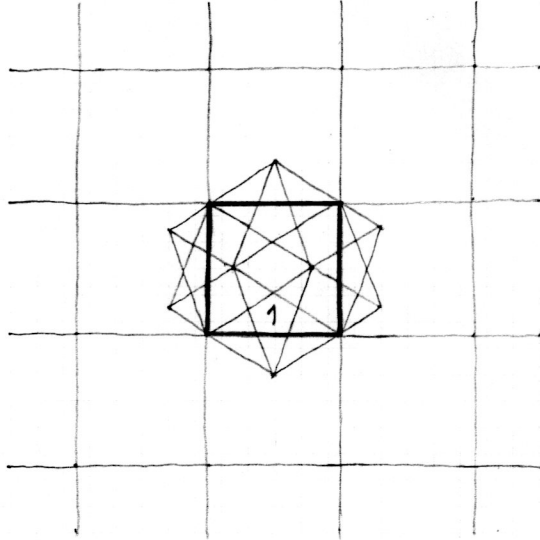


CUBESPACE

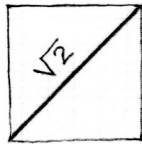
FABIEN VIENNE 2006

CUBESPACE

CUBE EVOLUANT DANS L'ESPACE

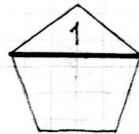


RAPPORTS PROPORTIONNELS



1

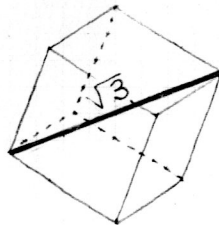
DIAGONALE
DU CARRE



$1/\phi$

DIAGONALE
DU PENTAGONE

SYSTEME
STATIQUE

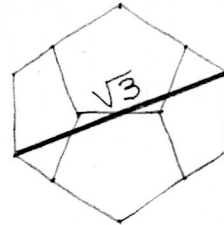


DIAGONALE
DU CUBE

=

DIAGONALE
DU DODECAEDRE

SYSTEME
DYNAMIQUE



CUBESPACE

L'espace cubique se décrit par la situation dans l'espace d'un cube à valeur d'unité = 1, évoluant dans un double système de rapports proportionnels :

- un **système statique** caractérisé par le rapport $1/\sqrt{2}$
(diagonale du carré, face du cube)
- un **système dynamique** caractérisé par le rapport $1/\phi$, nombre d'or
(diagonale du pentagone, face du dodécaèdre)

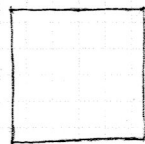
avec comme relation commune le rapport $1/\sqrt{3}$
(diagonale identique du cube et du dodécaèdre)

$$\sqrt{2} = 1,414 \dots$$

$$\sqrt{3} = 1,732 \dots$$

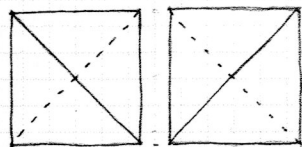
$$\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1,618 \dots$$

SYSTEME STATIQUE

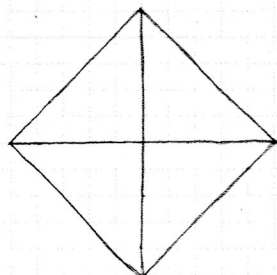


1 CUBE

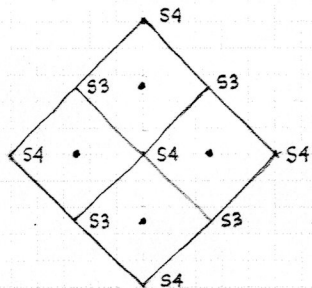
CONFIGURATION DU NOYAU



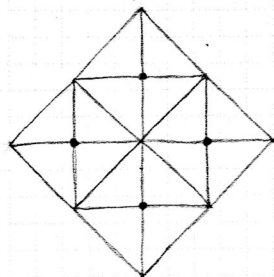
+ 2 TETRAEDRES



+ 1 OCTAEDRE



+ 1 GRANATOEDRE



= NOYAU = 13 DIRECTIONS.

SYSTEME STATIQUE

CONFIGURATION DU NOYAU

1 CUBE :

12 arêtes = 1

2 TETRAEDRES, inversés dans le cube :

12 arêtes = $\sqrt{2}$

croisées 2 à 2 en diagonales des 6 faces du cube

1 OCTAEDRE, circonscrit au cube :

12 arêtes = $\sqrt{2}$

croisées avec celles du cube

1 GRANATOEDRE, enchassant l'ensemble :

24 arêtes = $\sqrt{3}/2$

reliant les 8 sommets "S3" du cube au 6 sommets "S4" de l'octaèdre

le granatoèdre (ou dodécaèdre rhombique) est la structure du système statique, caractérisée par les **13 DIRECTIONS** correspondant à ses axes et à ses diagonales :

6 AXES = $\sqrt{2}$

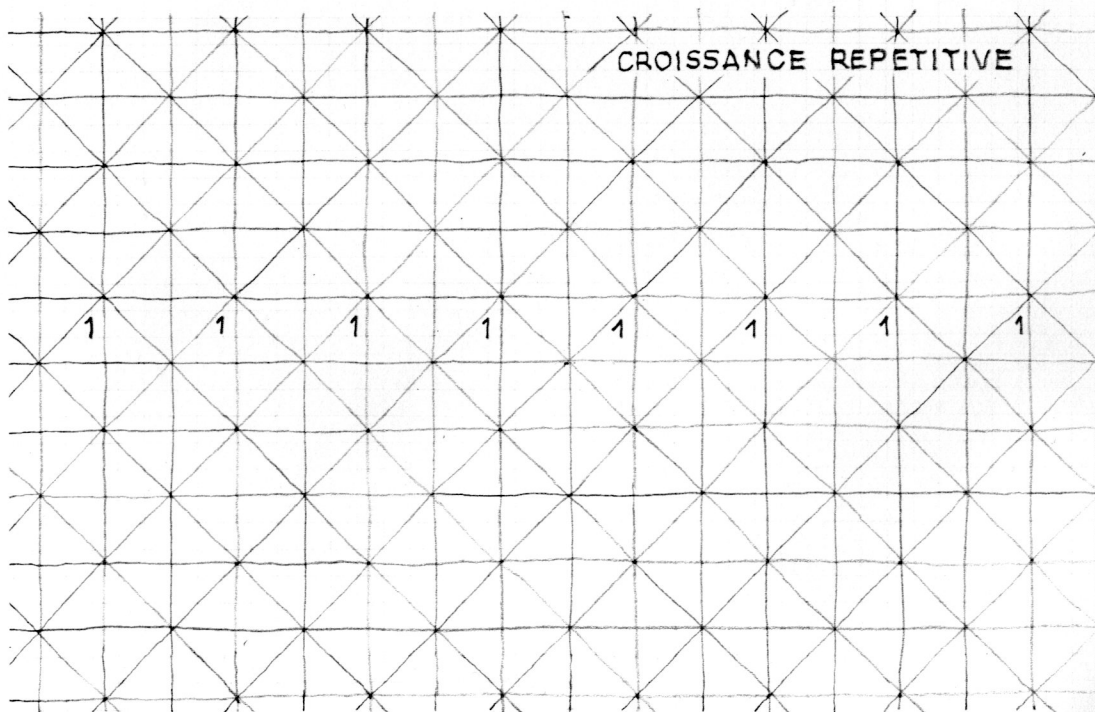
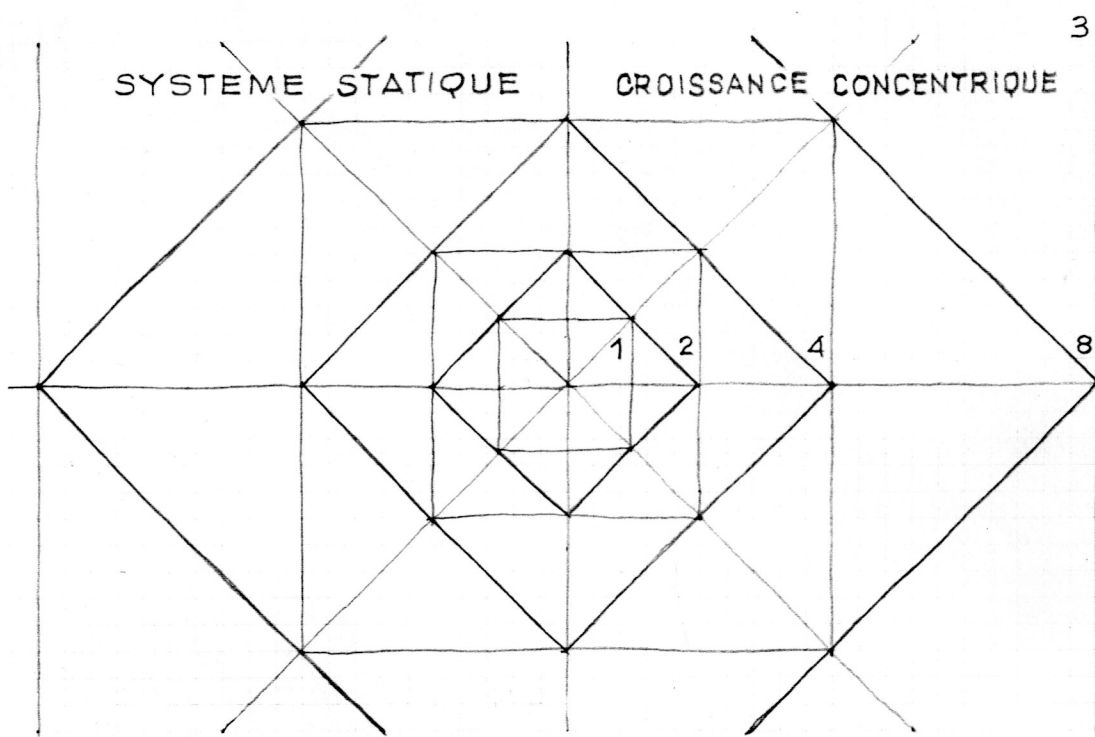
reliant le centre de ses 12 faces opposées 2 à 2
dans les mêmes directions que les arêtes des tétraèdres et des octaèdres

3 DIAGONALES = 2

reliant ses sommets "S4" opposés 2 à 2
dans les mêmes directions que les arêtes des cubes

4 DIAGONALES = $\sqrt{3}$

reliant ses sommets "S3" opposés 2 à 2
dans les mêmes directions que ses propres arêtes
qui correspondent également aux diagonales des cubes



CROISSANCE CONCENTRIQUE

Cette croissance, engendrée par l'alternance de cubes successivement inscrits et circonscrits à des granatoèdres, présente une échelle de progression des grandeurs concentriques - entre 2 niveaux répétitifs - d'ordre 2 en linéaire (4 en surface et 8 en volume). Elle s'applique à tous les éléments de la configuration du noyau qu'elle reproduit à chaque niveau vers l'infini.

CROISSANCE REPETITIVE

La croissance du système statique est par essence répétitive (les éléments de sa configuration s'assemblent entre eux par juxtaposition de leurs faces dans l'espace). Cette croissance, engendrée par l'empilement successif de cubes, prolonge à l'infini toutes les arêtes et les diagonales du noyau. Elle détermine ainsi plusieurs réseaux spatiaux en expansion modulaire d'ordre 1 :

- 1 structure générale rhombique formée par les 4 directions des diagonales "S3" et des arêtes des granatoèdres, module $\sqrt{3}/2$ (imagée par le croisement de grilles à mailles en losanges dans le plan des faces du granatoèdre et dont les noeuds correspondent aux sommets et aux centres des cubes)
- 1 trame cubique double formée par les 3 directions des diagonales "S4" du granatoèdre et des arêtes des cubes, module =1 (reliée aux noeuds de la structure rhombique et identifiant les centres des cubes à leurs sommets)
- 4 résilles tétraèdres/octaèdres formées par les 6 directions des arêtes des tétraèdres et des octaèdres, module = $\sqrt{2}$, qui correspondent 2 à 2 à la double trame cubique (imagées par le croisement, soit de grilles à mailles carrées dans le plan des faces des cubes, soit de grilles à mailles triangulaires dans le plan des faces des tétraèdres et des octaèdres).

... / ...

SYSTEME STATIQUE

POLYEDRES

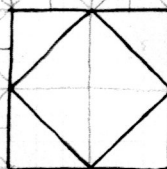
ARETES = 1



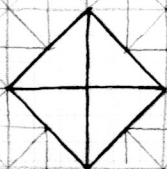
CUBE



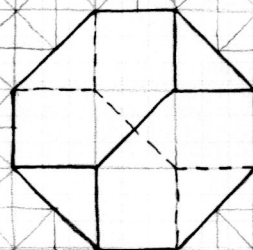
TETRAEDRE



CUBOCTAEDRE

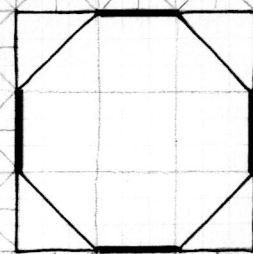
ARETES = $\sqrt{2}$ 

OCTAEDRE

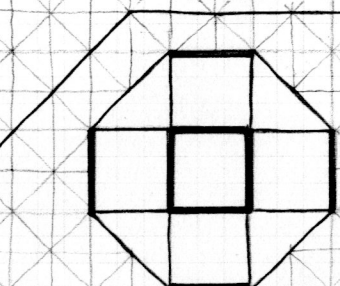


TETRAEDRE TRONQUE

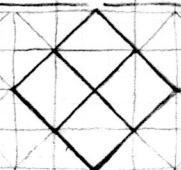
OCTAEDRE TRONQUE

ARETES = $1 \& \sqrt{2}$ 

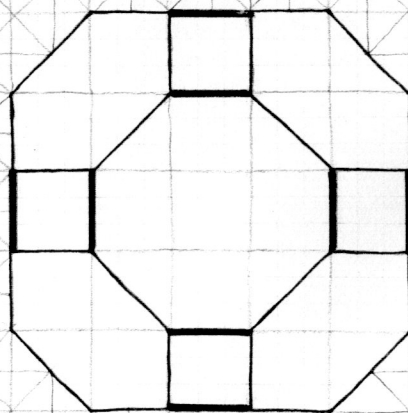
CUBE TRONQUE



PETIT RHOMBICUBOCTAEDRE

ARETES = $\sqrt{3}/2$ 

GRANATOEDRE



GRAND RHOMBICUBOCTAEDRE

... / ...

Ces résilles, avec comme longueur d'arêtes le module $\sqrt{2}$, constituent également le cuboctaèdre, le tétraèdre tronqué et l'octaèdre tronqué.

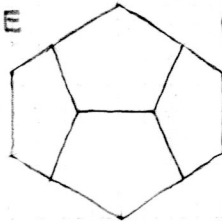
Les autres polyèdres apparentés au système statique, tels que cube tronqué, petit et grand rhombicuboctaèdre, comportent, de plus, des arêtes appartenant à la trame cubique avec comme longueur le module = 1.

Ces polyèdres, avec leurs 2 longueurs d'arêtes différentes (1 et $\sqrt{2}$), sont donc « irréguliers » en terminologie classique. Mais, considérés dans les rapports spatiaux qui les lient entre eux et aux configurations de **cubespace**, ce sont pourtant les plus directement « normaux ».

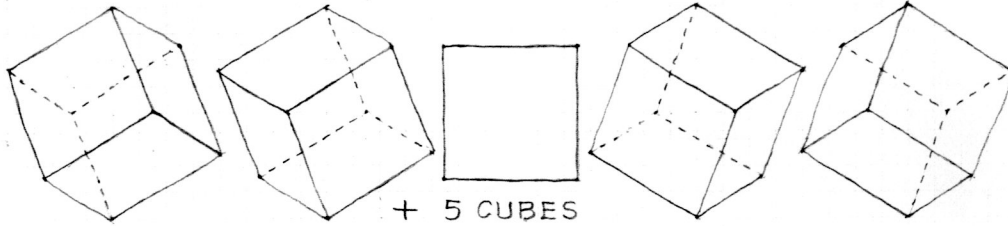
A noter, que tous ces polyèdres issus directement de ceux de la configuration du noyau se retrouvent également - à des échelles différentes - à chaque niveau de la croissance concentrique.

SYSTEME DYNAMIQUE

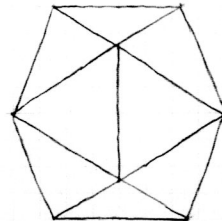
CONFIGURATION DU NOYAU



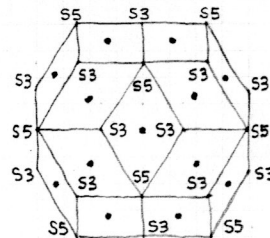
1 DODECAEDRE



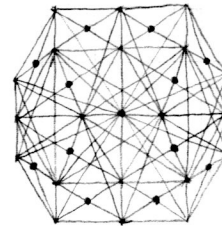
+ 5 CUBES



+ 1 ICOSAEDRE



+ 1 TRIACONTAEDRE



= NOYAU = 31 DIRECTIONS

SYSTEME DYNAMIQUE

CONFIGURATION DU NOYAU

1 DODECAEDRE :

30 arêtes = $1/\phi$

5 CUBES, concentriques dans le dodécaèdre :

60 arêtes = 1

croisées 5 par 5 en étoiles, en diagonales des 12 faces du dodécaèdre

1 ICOSAEDRE, circonscrit au dodécaèdre :

30 arêtes = 1

croisées avec celles du dodécaèdre

1 TRIACONTAEDRE, enchassant l'ensemble :

60 arêtes = $\sqrt{\phi+2}/\phi/2$

reliant les 20 sommets "S3" du dodécaèdre aux 12 sommets "S5" de l'icosaèdre

le triacontaèdre (rhombique) est la structure du système dynamique, caractérisée par les **31 DIRECTIONS** correspondant à ses axes et à ses diagonales :

15 AXES

= ϕ

reliant le centre de ses 30 faces opposées 2 à 2
 . dans les mêmes directions que les arêtes des dodécaèdres, cubes et icosaèdres

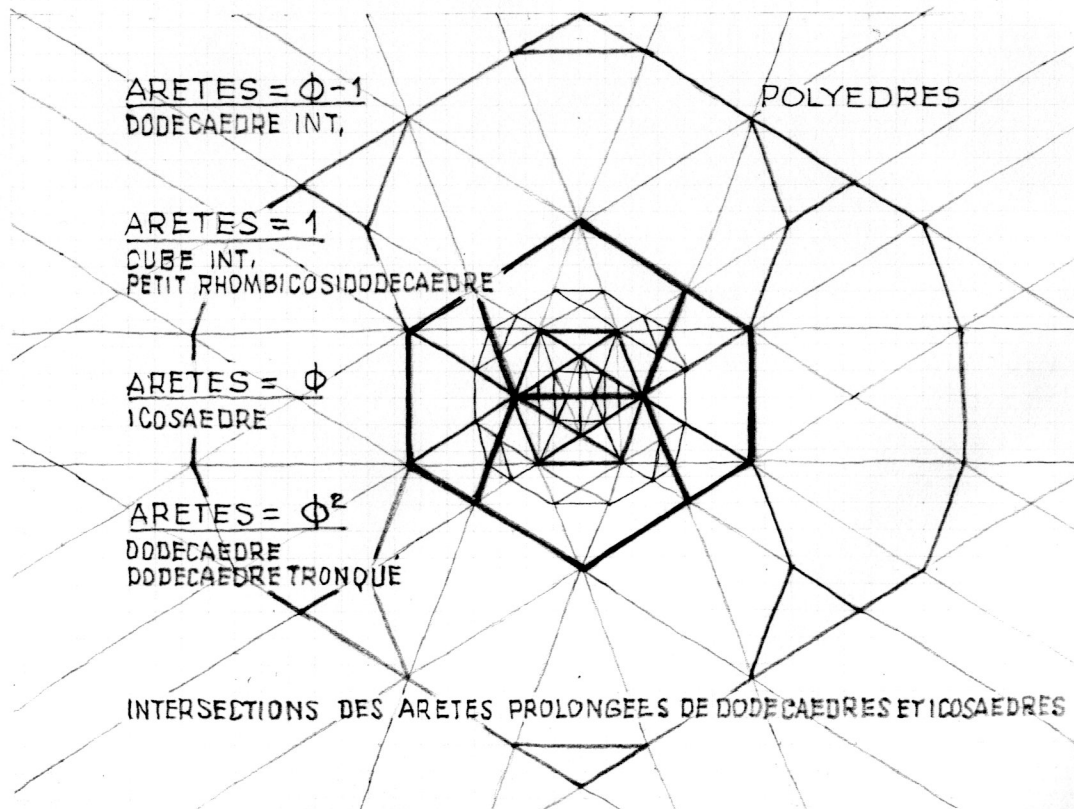
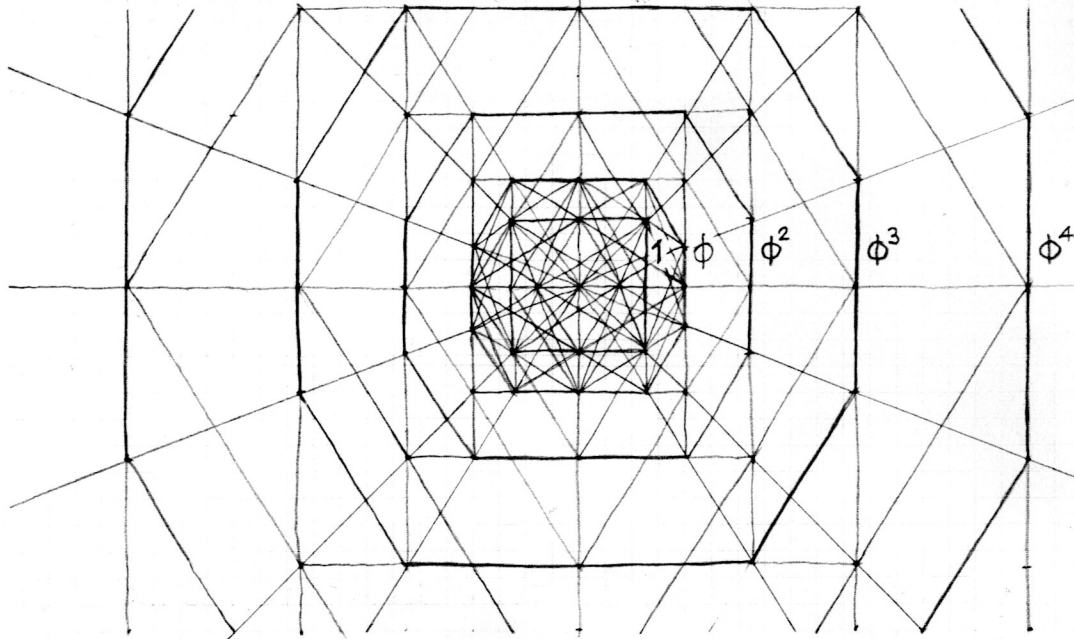
6 DIAGONALES = $\sqrt{\phi+2}$

reliant ses sommets "S5" opposés 2 à 2
 . dans les mêmes directions que ses propres arêtes

10 DIAGONALES = $\sqrt{3}$

reliant ses sommets "S3" opposés 2 à 2
 . correspondant également à celles du dodécaèdre

SYSTEME DYNAMIQUE CROISSANCE CONCENTRIQUE



CROISSANCE CONCENTRIQUE

Cette croissance, engendrée par l'alternance de cubes successivement inscrits et circonscrits à des triacontaèdres, présente une échelle de progression des grandeurs concentriques - entre 2 niveaux répétitifs - d'ordre ϕ en linéaire (ϕ^2 en surface et ϕ^3 en volume). Elle s'applique à tous les éléments de la configuration du noyau qu'elle reproduit à chaque niveau à l'infini, déterminant des réseaux spatiaux en expansion harmonique d'ordre ϕ :

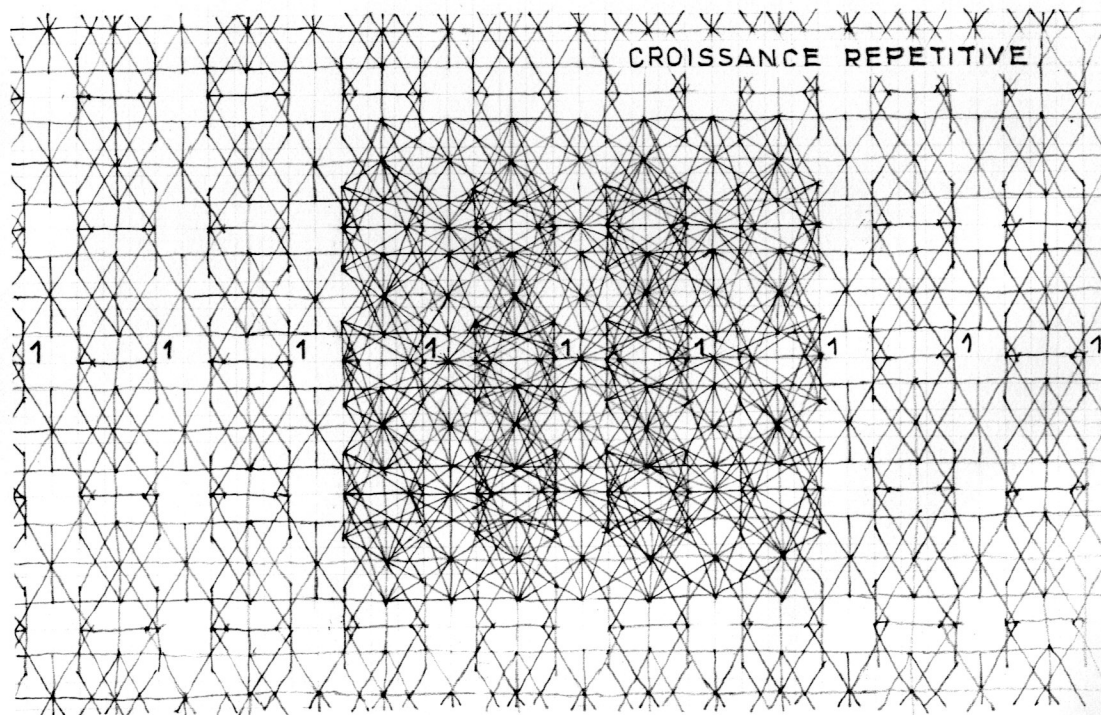
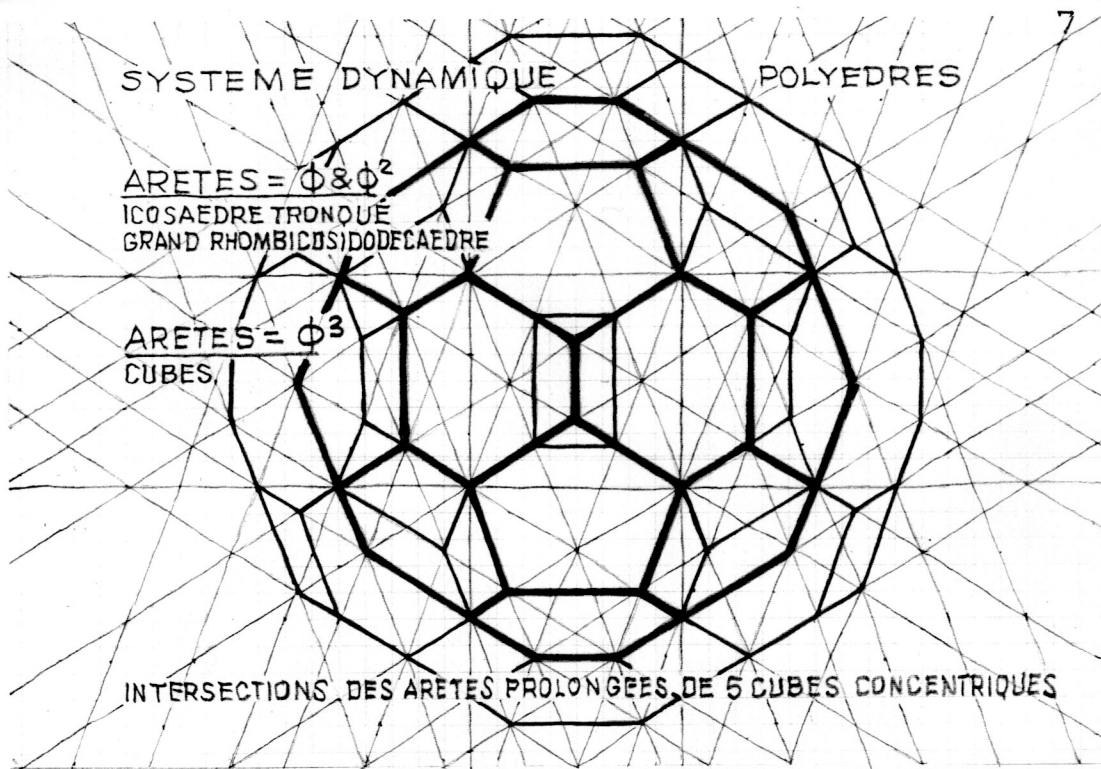
- 1 structure générale rhombique formée par les 16 (6+10) directions des arêtes et des diagonales du triacontaèdre prolongées à l'infini (imaginé par le croisement de grilles concentriques à mailles en losanges de dimensions croissantes du centre vers l'infini, dans le plan des faces des triacontaèdres, et dont les noeuds correspondent à chaque niveau aux 20 sommets "S3" et aux 12 sommets "S5").
- 1 réseau complexe formé par les 15 directions d'arêtes prolongées des cubes, dodécaèdres et icosaèdres, duquel on peut extraire par exemple :

les arêtes = $\phi - 1$ d'un dodécaèdre, qui prolongées, forment un dodécaèdre étoilé d'arête = ϕ , dont les 12 sommets sont ceux d'un icosaèdre d'arête = ϕ situé au premier niveau de croissance.

Les arêtes prolongées de cet icosaèdre forment un icosaèdre étoilé d'arête = ϕ^2 dont les 20 sommets sont ceux d'un nouveau dodécaèdre d'arête = ϕ^2 situé au troisième niveau, puis les 60 sommets d'un dodécaèdre tronqué d'arête = ϕ^2 au quatrième niveau, etc ...

Au deuxième niveau, l'intersection des arêtes = ϕ^2 de l'icosaèdre étoilé avec celles de la structure rhombique forme un petit rhombicosidodécaèdre d'arête = 1 comme celle du cube intérieur ...

... / ...



.../...

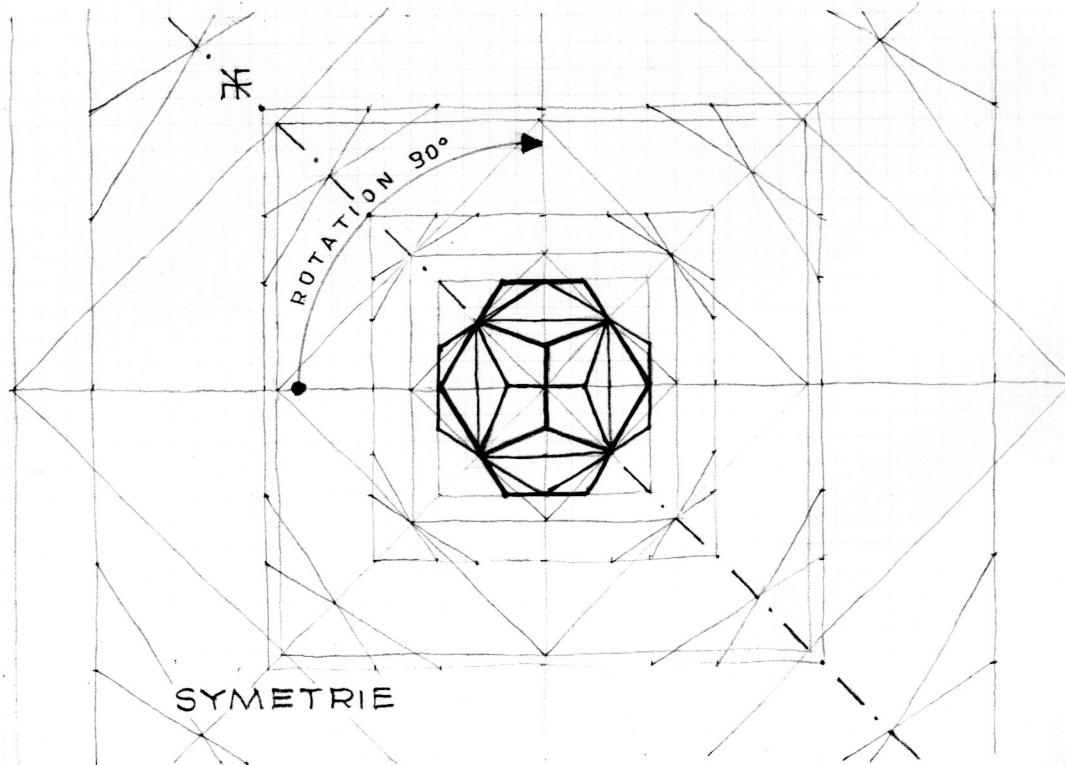
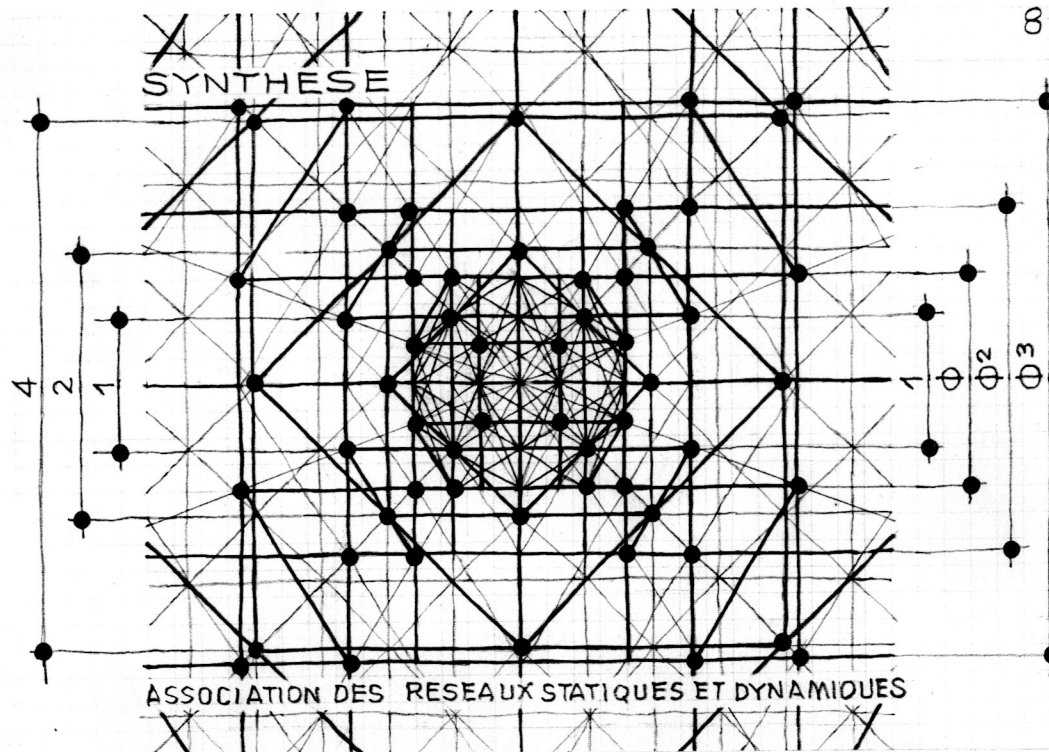
Ce réseau constitue également l'ensemble des autres polyèdres dérivés de l'icosaèdre et du dodécaèdre aux intersections des différents prolongements d'arêtes, à des niveaux intermédiaires ou supérieurs.

Comme dans le système statique, certains de ces polyèdres – tels que l'icosaèdre tronqué et le grand rhombicosidodécaèdre – comportent souvent 2 longueurs d'arêtes différentes d'ordre ϕ et sont donc « normalement » irréguliers.

CROISSANCE REPETITIVE

La croissance du système dynamique est, par essence, concentrique.
 (sauf le cube, les éléments de sa configuration ne s'assemblent pas entre eux par juxtaposition de leurs faces dans l'espace).

Répétées par le cube, leurs diagonales et arêtes prolongées constituent un enchevêtrement très complexe qui, analysé et sélectionné par ensembles, forme divers pavages périodiques en plans ou en volumes d'une grande richesse de combinaisons.



SYNTHESE

Les deux systèmes s'intègrent de différentes manières pour former d'autres configurations intéressantes par leurs intersections :

- la structure du système dynamique multiplie par 5 les dispositions du système statique, chaque élément ou l'ensemble des réseaux de ce système peut donc accompagner les 5 positions du cube du système dynamique.
Par exemple, la combinaison concentrique de 5 octaèdres ou de 10 tétraèdres identiques entre eux qui définit des dodécaèdres, icosaèdres et icosidodécaèdres, ou encore - au même niveau de croissance - l'intersection des arêtes de 5 granatoèdres avec celles d'un triacontaèdre qui détermine la position des 60 sommets d'un petit rhombicosidodécaèdre régulier ... (120 arêtes de même longueur)
- le centre d'un réseau concentrique peut correspondre à n'importe quel noeud d'un réseau répétitif modulaire ou à plusieurs simultanément.
Par exemple, on peut répéter à l'infini le même icosaèdre inscrit dans une résille tétraèdre/octaèdre, avec ou sans interpénétration ...
- on peut faire coïncider les éléments concordants par analogie dans les deux systèmes, faisant ressortir par rapprochements leurs liens de parenté (cousinage)
Par exemple, entre l'octaèdre et l'icosaèdre ou entre le cuboctaèdre et l'icosidodécaèdre ...

SYMETRIE

Enfin, l'ensemble des deux systèmes peut présenter une symétrie totale engendrée par la rotation à 90° du dodécaèdre sur l'axe du cube entraînant dans son mouvement toutes les configurations.

Cette symétrie peut s'appliquer à tous les axes des cubes, multipliant d'autant les directions d'arêtes et de diagonales de ces configurations.

Dans l'imbrication très complexe de réseaux qui résultent de ces interférences et de l'incompatibilité numérique entre le système statique et le système dynamique, la sélection par ensembles permet d'isoler des structures apparentées aussi bien aux pavages aperi-odiques, aux croissances fractales ou aux projections des hyperpolyèdres de "n" dimensions qu'aux organismes naturels minéraux, végétaux et animaux ...

DESSINS (pages 1 à 8)

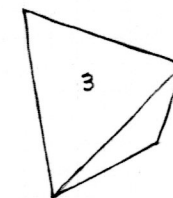
Les volumes sont représentés par leur projection sur le plan des faces des cubes (cf 4-page 9), cette représentation est donc identique dans les 15 directions définies par la position de ces faces dans l'espace

POLYÈDRES ORDONNÉS DANS LA MÊME ORIENTATION

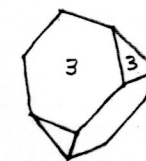
LES CUBE & DODECAÈDRE ADDUCIS
NE FIGURENT PAS DANS CE TABLEAU.

N°FACE = DIR, DE SON AXE PERPENDICUL:

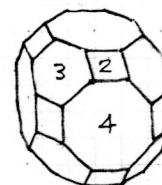
2 = $\sqrt{2}$ AXES FACES GRANATOEDRE
3 = $\sqrt{3}$ DIAGONALES "S3"
4 = $1/\phi$ DIAGONALES "S4"
5 = $\sqrt{\phi+2}$ DIAGONALES "S5"



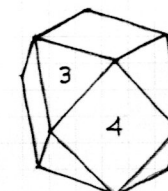
01
TETRAEDRE



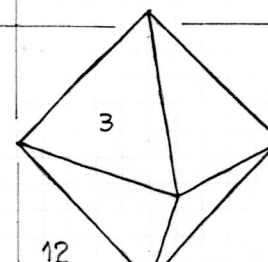
02
TETRAEDRE TRONQUÉ



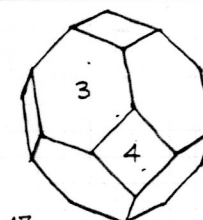
15
G. RHOMBICUBOCTA.



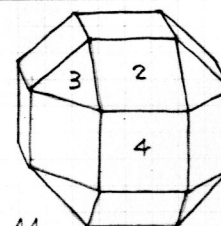
13
CUBOCTAEDRE



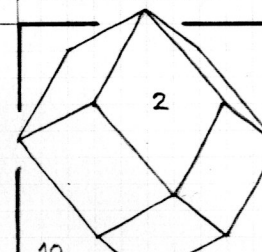
12
OCTAEDRE



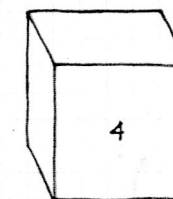
17
OCTAEDRE TRONQUÉ



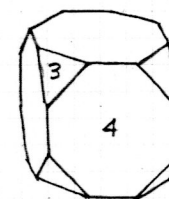
14
R. RHOMBICUBOCTA.



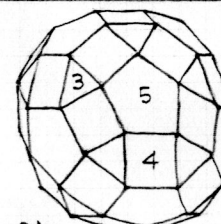
10
GRANATOEDRE



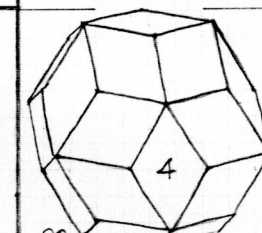
11
CUBE (00)



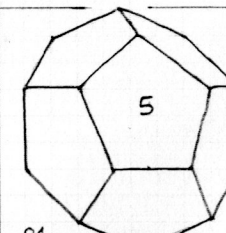
16
CUBE TRONQUÉ



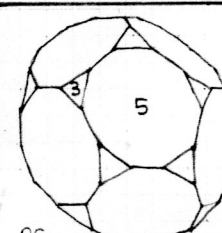
24
R. RHOMBICOSIDODE.



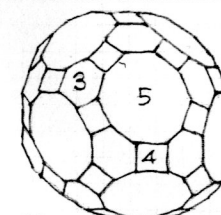
20
TRIACONTAEDRE



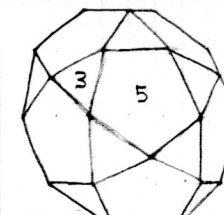
21
DODECAEDRE



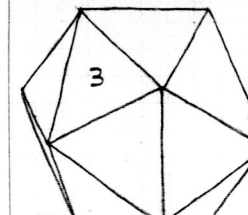
26
DODECA. TRONQUÉ



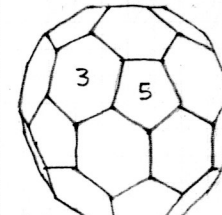
25
G. RHOMBICOSIDODE.



23
ICOSIDODECAEDRE



22
ICOSAEDRE



27
ICOSA. TRONQUÉ